

Impedanz

Eine Widerstandserklärung

von
Martin Lemke

Inhalt

1. Worum es geht	3
2. Impedanzen	3
2.1. Der Widerstand als Impedanz	4
2.2. Der Kondensator als Impedanz	4
2.3. Der Kondensator als Ohmscher Widerstand	7
2.4. Die Spule als Impedanz	7
3. Zusammengeschaltete Impedanzen	9
3.1. Reihenschaltung	9
3.2. Parallelschaltung	10
3.3 Bauteile, die nicht halten, was sie versprechen	13
3.4.. Die ideale Spule und die aus dem Laden	13
5. Mechanische Impedanzen	16
Kleingedrucktes	19

1. Worum es geht

Hiermit möchte ich allen den Widerstand erklären – den elektrischen Widerstand, wie er speziell für Wechselströme auftritt. Als eines der wichtigsten Grundlagenthemen der Elektroakustik und Radiotechnik verspricht es höchst langweilig zu sein. Und es hält was es verspricht.

2. Impedanzen

Bauteile verhalten sich bei Gleich- und Wechselspannungen ziemlich unterschiedlich. Ihr besonderes Verhalten für Wechselspannungen ist ihr Verhalten als Impedanz.

Impedanzen sind Bauteile, die Wechselstromwiderstände sind. Da Wechselspannungen und -ströme verschiedene Frequenzen haben können, hat eine Impedanz nicht nur einen Widerstandwert, sondern einen für jede Frequenz¹.

Stellen wir uns einen Wasserschlauch vor, dessen Hahn wir aufdrehen. Im Schlauch ist ein bestimmter Druck und durch ihn fließt eine gewisse Menge Wasser pro Zeit. Ein Stromkreis verhält sich ähnlich. Die elektrische Spannung verhält sich zum Stromkreis, wie sich der Druck zum Schlauch verhält. Der Strom verhält sich zum Stromkreis, wie sich die fließende Wassermenge je Zeiteinheit zum Schlauch verhält.

Stellen wir uns nun vor, jemand trampelte auf den Schlauch.



Abb.1

Natürlich fließt nun weniger Wasser durch den Schlauch. Denn er hat seinen Fließwiderstand erhöht. Genau so können wir uns einen Widerstand im Stromkreis vorstellen. Er bildet eine Engstelle.

Wollten wir angeben, wie hoch der Widerstand im Schlauch ist, dann müssten wir am besten sagen, bei welchem Druck welche Wassermengen durch ihn fließen, also wie viel Druck aufgewendet werden muss, um eine bestimmte Menge an Wasser fließen zu lassen. Je höher der Druck und desto niedriger die Wassermenge ist, desto größer ist der Widerstand. Demnach gilt folgender Zusammenhang:

$$\text{Fließwiderstand} = \frac{\text{Druck}}{\text{Fließmenge}}$$

Genau so verhält es sich beim Stromkreis. Je größere Spannung wir brauchen, um einen bestimmten Strom fließen zu lassen, desto größer der Widerstand.

¹ Man redet in zwei Sinnen von Impedanz. Einmal sagt man »Das Bauteil Soundso ist eine Impedanz.« dann meint man, dass das Soundso ein Wechselstromwiderstand ist. Manchmal meint man mit »Impedanz« auch den Wert von Soundso bei bestimmten Frequenzen. Z.B. wenn man sagt »Der Lautsprecher hat eine Impedanz von 8Ω« Dann meint man eigentlich, dass er eine Impedanz ist, die bei einer Frequenz von 1000Hz einen Wert von 80Ohm hat. Sie kennen jetzt auch die begrifflich zweideutige Redeweise der Techniker vom Impedanzen und können nun ihre Mitmenschen beeindrucken und verwirren.

F1:
$$R = \frac{U}{I}$$

Der Widerstand R ist das Verhältnis von Spannung zu Strom im Stromkreis. Seine Einheit ist dem Entdecker dieses Gesetzes zu Ehren Ohm und wird mit »Ω« abgekürzt. An einem Widerstand von 1Ω bedarf es eines Voltes [1V] um ein Ampere [1A] fließen zu lassen und z.B. 37V um 37A fließen zu lassen. Das Schaltzeichen eines Ohmschen Widerstandes zeigt die folgende Skizze:

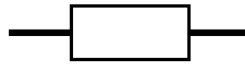


Abb.2

2.1. Der Widerstand als Impedanz

Die Impedanz eines Ohmschen Widerstandes ist auch gleichzeitig seine Impedanz. Kennzeichnen wir Impedanzen mit Z, dann gilt für alle Ohmschen Widerstände:

F2:
$$Z_R = R$$

Dabei ist das »Z« mit einem »R« garniert um anzuzeigen, dass es sich um einen Ohmschen Widerstand R handelt. International werden Ohmsche Widerstände wegen des englischen Wortes »Resistance« mit diesem Buchstaben bezeichnet.

Ohmsche Widerstände verhalten sich als Impedanz (für Wechselströme) genau so, wie sie sich für Gleichströme verhalten

2.2. Der Kondensator als Impedanz

Stellen wir uns nun vor, dass wir zwei Wasserschläuche mit einer Kupplung verbinden. Dieses mal steht kein Fuß auf dem Schlauch, sondern ein Schelm hat eine Luftballonhaut in die Kupplung geklemmt.

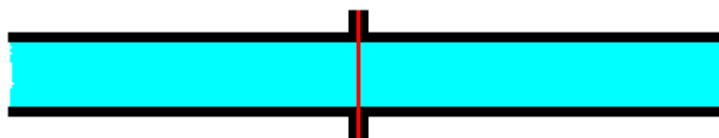


Abb.3

Nun fließt kein Wasser durch den Schlauch. Die fließende Wassermenge ist null, egal wie hoch der Druck ist, wenn wir mal annehmen wollen, die Ballonhaut wäre absolut reißfest. Doch das ist nicht ganz richtig. Wir könnten immer noch Wasser im Schlauch hin und her fließen lassen in dem wir die Fließrichtung schnell ändern.

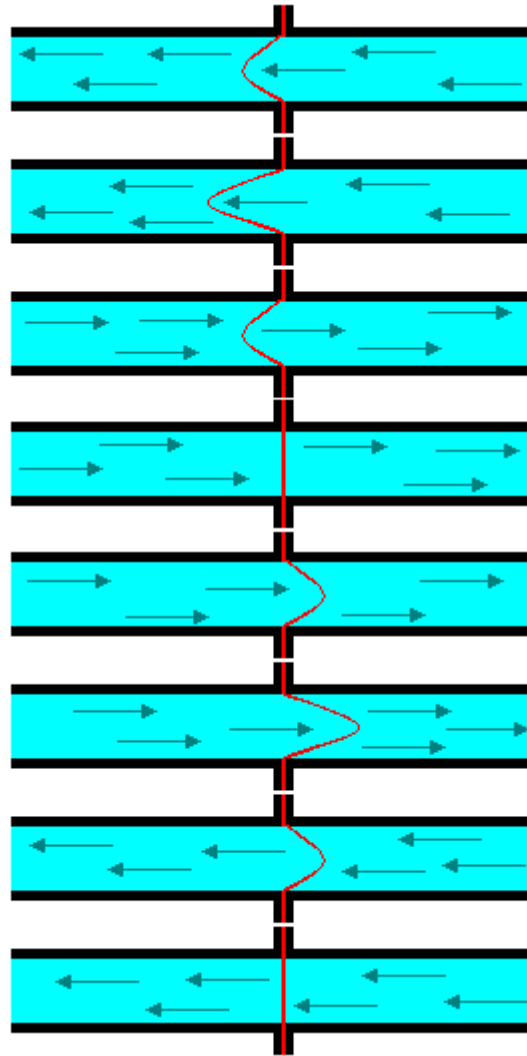


Abb.4

Da die Luftballonhaut dehnbar ist, können wir in jede Richtung zumindest ein bisschen Wasser fließen lassen. Irgendwann ist sie dann aber so straff, dass sie zu zerreißen droht. Dann können wir die Fließrichtung umdrehen. Solange wir das Wasser also nur in eine Richtung fließen lassen, sperrt die Ballonhaut, wechseln sich die Strömungsrichtungen jedoch ab, dann kann das Wasser immerhin noch hin und her fließen. Das geht umso besser, je elastischer und größer die Ballonhaut ist.

Die Engstelle im Schlauch, der normale Fließwiderstand, wenn ein Schelm drauf trampelt, ist für wechselnde Strömungsrichtungen der selbe Widerstand wie für die Wechselnde Strömungsrichtung. Das selbe gilt für den elektrischen Ohmschen Widerstand, er ist gleich, egal ob wir es mit Wechsel- oder Gleichstrom zu tun haben.

Die Ballonhaut ist hingegen für Gleichströmung ein unendlich großer Widerstand. Denn egal, wie hoch wir den Druck wählen, es wird kein Tropfen Wasser fließen. Für eine wechselnde Strömungsrichtung ist die Ballonhaut jedoch ein endlicher Widerstand, denn es kann eine Wechselströmung bei einem Wechseldruck fließen.

In einem Stromkreis lässt sich auch ein Bauteil einfügen, das sich ganz wie eine Ballonhaut für elektrischen Strom verhält. Es ist der Kondensator. Er besteht aus zwei Leitern, die sich

gerade so nicht berühren, so wie unsere Wasserschläuche sich durch die Ballonhaut gerade so nicht berühren. Die Skizzen zeigen den Aufbau und das Schaltzeichen eines Kondensators:

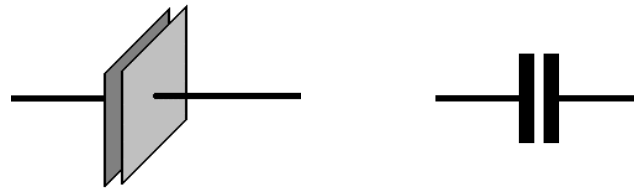


Abb.5

Macht man die Fläche der sich geradeso nicht berührenden Leiter groß, wie die Abbildung zeigt, dann ist das so, als vergrößerte man die Ballonhaut. Bringt man sie dichter zusammen, dann ist es, als mache man die Ballonhaut elastischer. Wie viel wechselströmendes Wasser eine Ballonhaut durchlässt, wird durch ihre Größe und Elastizität bestimmt. Beim Kondensator haben wir dafür die Kapazität, die umso größer wird, je dichter die Leiter beieinander sind und je größer ihre Flächen sind. Der Strömungswiderstand der Ballonhaut wird mit größerer Fläche und Elastizität kleiner. Der Widerstand von Kondensatoren wird ganz analog mit größerer Kapazität kleiner. Die Formel für die Impedanz des Kondensators lautet:

$$F3: \quad Z_C = \frac{1}{2 \times \pi \times f \times C}$$

2, π und 1 sind Zahlen, f ist die Frequenz der Richtungsänderung des Wechselstromes und C ist die Kapazität und heißt Faraday zu Ehren »Farad«. Für Impedanzen, die keine reinen Ohmschen Widerstände sind, benutzt man das Zeichen »Z«. Ich habe es mit »C« garniert, um zu zeigen, dass es die Impedanz eines Kondensators ist.

Natürlich gilt für einen Kondensator auch die Formel F1. D.h. die Impedanz des Kondensators ist zugleich auch das Verhältnis der Wechselspannung, die wir über ihm messen, zum Wechselstrom, der ihn durchfließt.

Nehmen wir einmal einen Kondensator mit einer Kapazität von $1\mu\text{F}$, also einem Millionstel Farad und einem von $0,1\mu\text{F}$ und berechnen deren Impedanz nach der Formel F3 für einige Frequenzen.

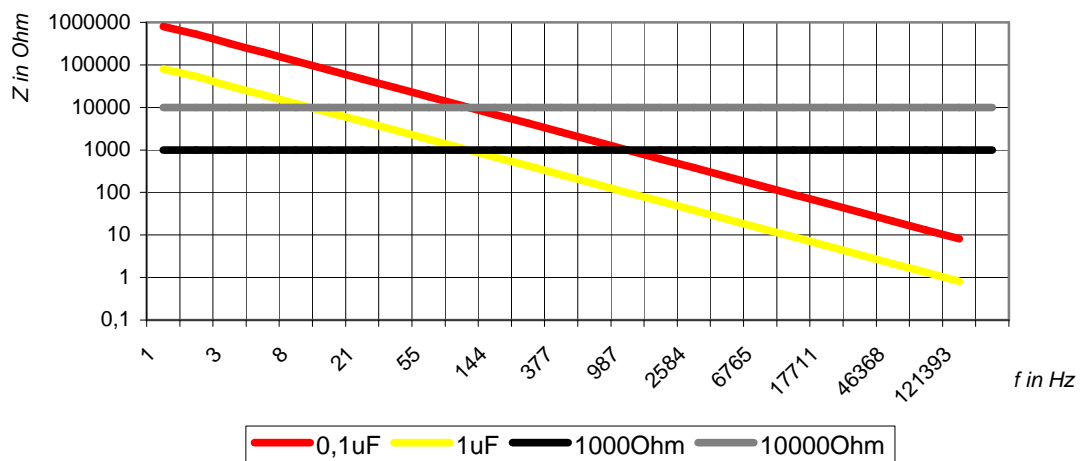


Diagramm 1 – Impedanzen von Kondensatoren und Ohmschen Widerständen

Man sieht deutlich, dass kleinere Kapazitäten kleinere Impedanzen sind und dass die Impedanz von Kondensatoren um so größer ist, je kleiner die Frequenz ist. Aus F3 können wir entnehmen, dass Kondensatoren für hohe Frequenzen kleinere Widerstände sind, als für niedrige. Denn je größer f ist, desto kleiner wird der Gesamtbruch von F3. Die graue und die schwarze Linie zeigen, wie unbeeindruckt Ohmsche Widerstände von der Frequenz sind.

Kondensatoren haben bei Gleichspannungen eine unendlich große Impedanz, bei Wechselspannungen eine endliche, die mit zunehmender Frequenz abnimmt.

2.3. Der Kondensator als Ohmscher Widerstand

Dass ein Kondensator einen unendlich großen Ohmschen Widerstand hat, geht aus der Formel F1 nicht direkt hervor. Denn der Gleichstrom durch einen Kondensator ist null, und U dividiert durch null hat keinen definierten Wert. Auch bei F3 ist das so. Denn die Frequenz eines Gleichstromes ist null, denn die Stromrichtung wird null mal pro Sekunde gewechselt. Null mal $2 \text{ mal } \pi \text{ mal } C$ ist auch null und 1 dividiert durch null hat wieder keinen definierten Wert.

Doch wo die Mathematik aufhört, können wir den gesunden Menschenverstand walten lassen. Nehmen wir eine feste Spannung und einen Widerstand. Nun fließt durch den Widerstand ein Strom I . Wenn wir den Widerstand verdoppeln, fließt der halbe Strom, also $0,5 \times I$. Wenn wir den Widerstand noch mal verdoppeln, dann fließt noch die Hälfte vom Halben, also ein Viertel des Stromes, das macht $0,25 \times I$. Verdoppeln wir die Widerstandsgröße noch mal, dann fließt noch $0,125 \times I$. So könnten wir das Spiel immer weiter fortsetzen und den Widerstand größer und größer werden lassen, und dadurch den Strom immer weiter verringern. Machen wir das unendlich oft, dann haben wir einen unendlich großen Widerstand und einen unendlich kleinen Strom, der so klein ist, dass nichts mehr übrig bleibt, denn kleiner als unendlich klein kann nichts sein, er ist also Null.

2.4. Die Spule als Impedanz

Ein weiteres wichtiges Widerstandsbauteil ist die Spule. Eine Spule ist ein aufgewickelter Draht, der sich aber anders verhält als ein aufgewickelter Wasserschlauch. Leider fällt mir nicht ein, wie man mit einem Wasserschlauch etwas Anschauliches anstellen könnte, das sich etwa so wie eine Spule verhält. Ihr Schaltzeichen soll daran erinnern, wie eine Spule aufgebaut ist.



Abb.6

Die Spule ist für Gleichspannung im Idealfall einen unendlich kleiner Widerstand, verhält sich also wie ein Stück Draht.

Für Wechselspannungen niedriger Frequenz ist die Spule ein kleiner Widerstand für hohe Frequenzen wird ihr Widerstand immer größer. Spulen verhalten sich also Umgekehrt wie Kondensatoren.

F4:
$$Z_L = 2 \times \pi \times f \times L$$

2 und π sind immer noch Zahlen, f ist wieder die Frequenz und L ist die Induktivität der Spule und wird in Henry angegeben, was wiederum einem wichtigen Physiker zur Ehre gereichen soll. Für Spulen gilt ebenfalls die Formel F1. Als Impedanz verhalten sie sich genau umgekehrt wie Kondensatoren, sie nimmt mit der Induktivität zu, während sie bei Kondensatoren mit der Kapazität abnimmt.

Das sich Kondensatoren und Spulen genau umgekehrt verhalten, sieht man auch, wenn man F3 und F4 vergleicht.

Zeichnen wir in unser Diagramm zusätzlich die Impedanzen von Spulen mit 1H und 0,1H ein.

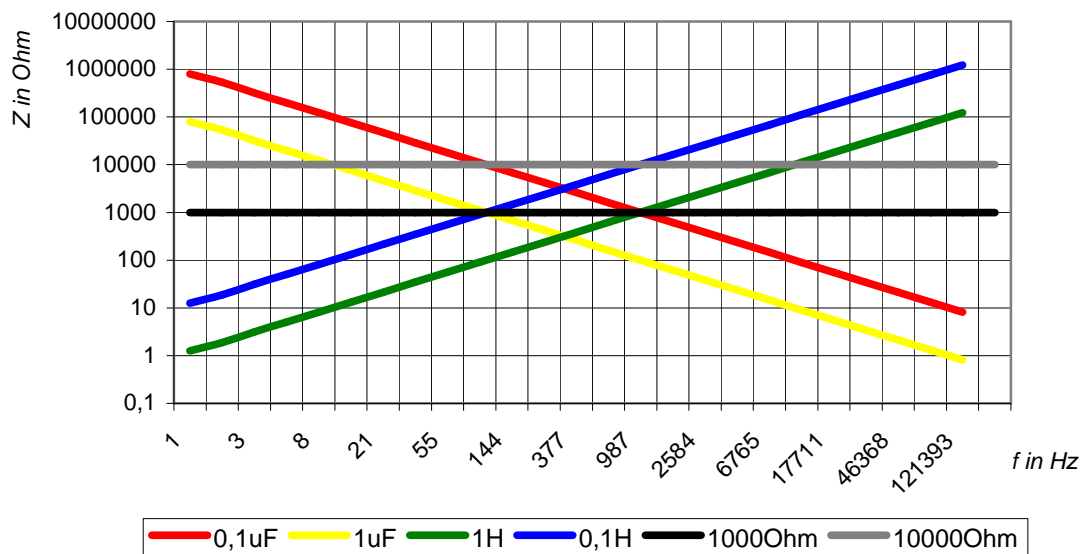


Diagramm 2 – Impedanzen von Kondensatoren und Ohmschen Widerständen und Spulen

Man sieht, dass die Werte der Impedanzen von Kondensator und Spule für verschiedene Frequenzen verschieden ist, während der Ohmsche Widerstand unbeeindruckt von der Frequenz auf seinem Wert beharrt.

3. Zusammengeschaltete Impedanzen

Man kann Impedanzen und Ohmsche Widerstände nach Belieben parallel und in Reihe schalten. Dabei kommen dann wiederum neue Impedanzen heraus. Die sich ganz anders verhalten können als die Impedanzen aus denen sie zusammengesetzt sind. Die einfachsten Fälle von Kombinationen und die uns in aller Regel in der Elektroakustik und Radiotechnik begegnen, sind die Parallel- und die Reihenschaltung.

3.1. Reihenschaltung

Betrachten wir zunächst die Reihenschaltung. Da es egal ist, ob wir es mit Kondensatoren, Spulen oder Ohmschen Widerständen zu tun haben, sind die Glieder der Reihenschaltung als Blackbox gezeichnet.



Abb.7

Die ganze Perlenkette von Bauteilen bildet eine Gesamtimpedanz. Diese berechnet sich nachfolgender hoch komplizierten Formel:

$$F5: \quad Z_{Ges} = Z_1 + Z_2 + Z_3 + \dots + Z_n$$

D.h. wir müssen nur die verschiedenen Teilimpedanzen addieren. Dabei dürfen wir aber nur die Werte für die gleiche Frequenz addieren. Es ist z.B. falsch, den Wert von Z_1 von 100Hz mit dem von Z_2 für 300Hz und dem von Z_3 für 1000000Hz zu addieren. Will man den Widerstandswert der Gesamtimpedanz für z.B. 100Hz berechnen, dann müssen wir die Werte für 100Hz von Z_1 , Z_2 , Z_3 usw. addieren.

Als Beispiel wollen wir die Impedanz aus der Reihenschaltung eines Ohmschen Widerstandes, eines Kondensators und einer Spule berechnen.

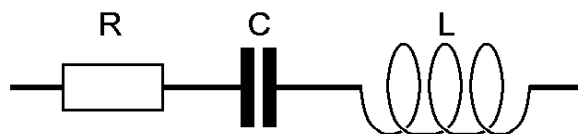


Abb.8

$$\text{Es gilt also:} \quad Z_{Ges} = Z_R + Z_C + Z_L$$

$$\text{Für R gilt auch:} \quad Z_R = R$$

$$\text{Für } Z_C \text{ gilt auch:} \quad Z_C = \frac{1}{2 \times \pi \times f \times C}$$

$$\text{Für } Z_L \text{ gilt auch:} \quad Z_L = 2 \times \pi \times f \times L$$

$$\text{Wir fügen zusammen:} \quad Z_{Ges} = R + \frac{1}{2 \times \pi \times f \times C} + 2 \times \pi \times f \times L$$

Fertig!

Angenommen der Ohmsche Widerstand hätte 1000Ω , der Kondensator $1\mu\text{F}$ und die Spule $0,1\text{H}$. Das macht z.B. bei 1000Hz :

$$Z_{\text{Ges}} = R + \frac{1}{2 \times \pi \times f \times C} + 2 \times \pi \times f \times L$$

Wir setzen ein: $Z_{\text{Ges}} = 1000\Omega + \frac{1}{2 \times \pi \times 1000\text{Hz} \times 1\mu\text{F}} + 2 \times \pi \times 1000\text{Hz} \times 0,1\text{H}$

Und rechnen aus: $Z_{\text{Ges}} = 1000\Omega + \frac{1}{6280\text{Hz} \times 0,000001\text{F}} + 6280\text{Hz} \times 0,1\text{H}$
 $= 1000\Omega + 159,2\text{HzF} + 628\text{HzH}$
 $= \underline{1787\Omega}$

Im Diagramm für verschiedene Frequenzen sieht das so aus:

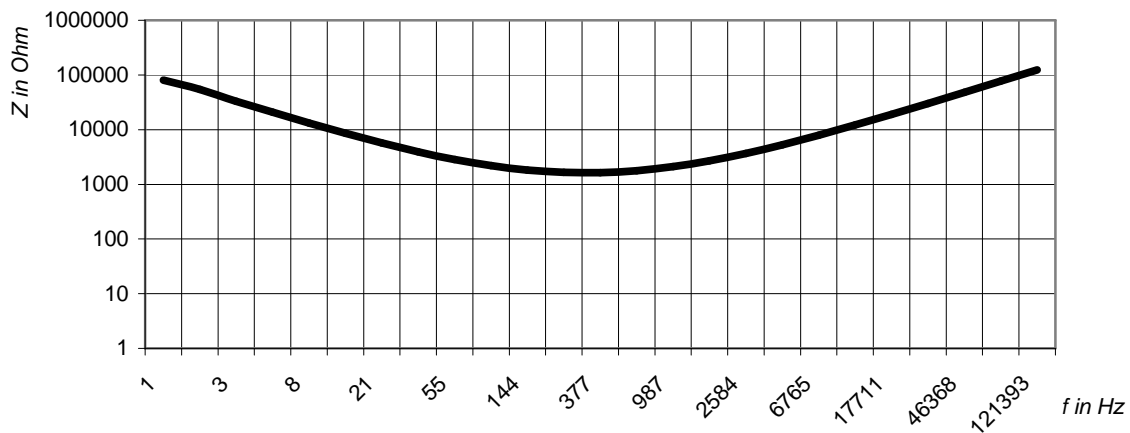


Diagramm 3 – Impedanz einer Reihenschaltung aus Spule, Widerstand und Kondensator

Wir sehen im Gegensatz zu den anderen Diagrammen keinen monoton fallenden oder steigenden Verlauf der Werte über die Frequenz, sondern eine Mulde. Durch geeignete Wahl von R, C und L kann die Mulde verbreitert und verschoben werden. Wie sich die Veränderung von R, C und L auswirkt, sagen die drei Faustregeln.

- R wird größer: Die Mulde wird flacher.
- L wird größer: Der rechte Hang wandert zu höheren Frequenzen.
- C wird größer: Der linke Hang zu tiefen Frequenzen.

Es gäbe zur Reihenschaltung noch viel zu erzählen, z.B. wie sich die Spannungen und die Ströme verhalten und wie sie sich aufteilen lassen. Das soll hier keine Rolle spielen.

3.2. Parallelschaltung

Betrachten wir nun die Parallelschaltung. Die Schaltung ist einfach und so wie Ihr Name. Da man beliebige Impedanzen verbauen könnte, verwenden wir wieder Blackboxes als Schaltzeichen.

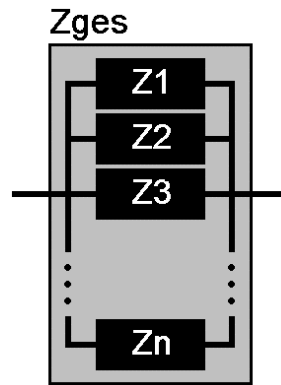


Abb.9

Leider ist die Schaltung nicht so einfach, oder zumindest unbequem zu rechnen:

F6:

$$Z_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \dots + \frac{1}{Z_n}}$$

Wir wollen wieder ein Beispiel betrachten. Nämlich die Parallelschaltung eines Ohmschen Widerstandes, eines Kondensators und einer Spule.

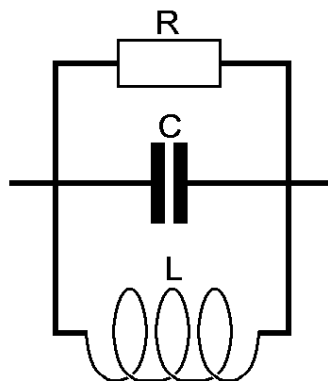


Abb.10

Es gilt also:

$$Z_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{Z_R} + \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_L}}$$

Für R gilt auch:

$$Z_R = R$$

Für Z_C gilt auch:

$$Z_C = \frac{1}{2 \times \pi \times f \times C}$$

Für Z_L gilt auch:

$$Z_L = 2 \times \pi \times f \times L$$

Wir fügen zusammen:

$$Z_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{\frac{1}{2 \times \pi \times f \times C}} + \frac{1}{2 \times \pi \times f \times L}}$$

Wir vereinfachen:

$$Z_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{R} + 2 \times \pi \times f \times C + \frac{1}{2 \times \pi \times f \times L}}$$

Für unser Beispiel wollen wir wieder annehmen, der Ohmsche Widerstand hätte 1000Ω , der Kondensator $1\mu\text{F}$ und die Spule $0,1\text{H}$. Das macht z.B. bei 1000Hz :

$$Z_{\text{ges}} = \frac{1}{\frac{1}{R} + 2 \times \pi \times f \times C + \frac{1}{2 \times \pi \times f \times L}}$$

Wir setzen ein:

$$Z_{\text{ges}} = \frac{1}{\frac{1}{1000\Omega} + 2 \times \pi \times 1000\text{Hz} \times 1\mu\text{F} + \frac{1}{2 \times \pi \times 1000\text{Hz} \times 0,1\text{H}}}$$

Und rechnen aus:

$$\begin{aligned} Z_{\text{ges}} &= \frac{1}{\frac{1}{1000\Omega} + 6280\text{Hz} \times 0,000001\text{F} + \frac{1}{6280\text{Hz} \times 0,1\text{H}}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{1000\Omega} + 0,00628\text{HzF} + \frac{1}{628\text{HzH}}} \\ &= \frac{1}{0,001\Omega^{-1} + 0,00628\text{HzF} + 0,0016(\text{HzH})^{-1}} \\ &= \frac{1}{0,00887\Omega^{-1}} = \underline{\underline{113\Omega}} \end{aligned}$$

Im Diagramm sieht das für verschiedene Frequenzen so aus:

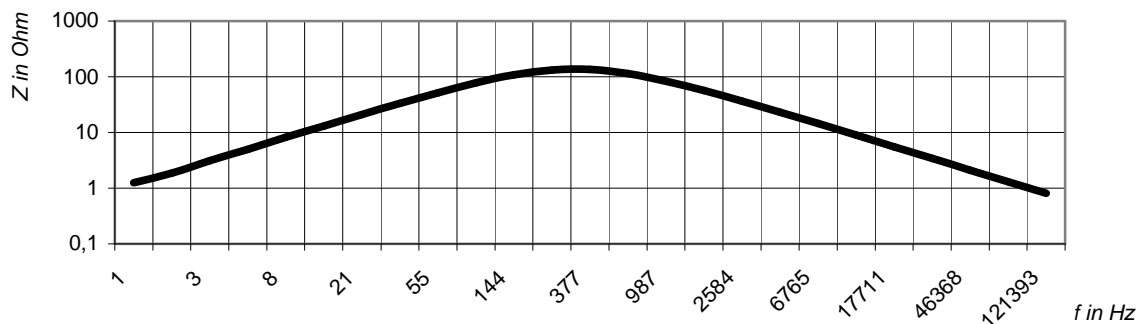


Diagramm 4 – Impedanz einer Parallelschaltung von Spule, Widerstand und Kondensator

Wir sehen diesmal keine Mulde, sondern einen Hül. Es gibt auch hier wieder kleine Faustregeln für die Form des Hils bei verschiedenen Wert von R,C und L.

- R wird größer: Der Hül wird Höher.
- L wird größer: Der linke Hang wandert zu den tiefen Frequenzen
- C wird größer: Der rechte Hang wandert zu den hohen Frequenzen

Natürlich lassen sich die Parallel- und die Reihenschaltung von Impedanzen nach Belieben kombinieren. Aber es geht sogar noch komplizierter. Wer sich dafür interessiert, kann sich mit dem Maschensatz und den Kirchhoffschen Gesetzen befassen. Für unsere Zwecke genügen fast immer Parallelschaltung und Reihenschaltung und ihre Kombinationen.

3.3. Bauteile, die nicht halten, was sie versprechen

Leider gibt es keine reinen Ohmschen Widerstände, reine Kondensatoren und reine Spulen zu kaufen. Nicht etwa weil die Hersteller keine Qualität hinbekommen, sondern weil es physikalisch nicht möglich ist.

3.4. Die ideale Spule und die aus dem Laden

Nehmen wir als Beispiel eine Spule. Eine Spule ist ein langer aufgewickelter Draht. Dieser Draht hat natürlich auch einen Ohmschen Widerstand, denn kein Leiter leitet völlig verlustfrei. Wir haben es also zumindest mit einer reinen Spule plus einem Ohmschen Widerstand, also mit einer Reihenschaltung aus beidem zu tun. Die Spule hat aber auch einen Kondensator eingebaut. Denn ein Kondensator ist nichts anderes als zwei dicht beieinander liegende Leiter. Nun ist aufgewickelter Draht erstens ein Leiter und zweitens dicht beieinander. Da der Kondensator in den Wicklungen besteht, ist er sozusagen parallel geschaltet. Eine reale Spule entspricht also am ehesten dieser Schaltung einer idealen Spule mit einer parasitären Kapazität und Widerstand.

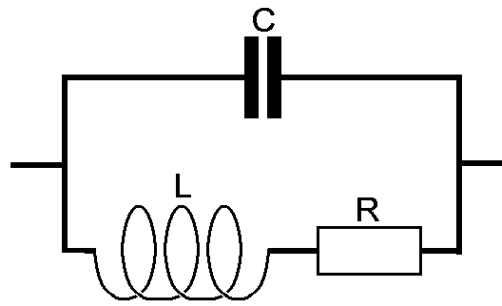


Abb.11

Eigentlich und vor allem bei Spulen mit Ferrit- oder Eisenkernen ist die Sachlage noch viel komplexer, hier kämen noch Ummagnetisierungsverluste und einiges andere hinzu. Uns genügt obiges Beispiel. Wir haben es mit einer Parallelschaltung zu tun. Und zwar aus Z_C und einer weiteren Impedanz, die sich aus der Spule und dem Widerstand ergibt. Diese wollen wir » Z_{RL} « nennen. Wir müssen also nur die Formel F6 anwenden:

$$Z = \frac{1}{\frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_{RL}}}$$

Z_{RL} ist auch leicht berechnet. Dazu benötigen wir Formel F5 und addieren die Impedanz der Spule Z_L zu der des Widerstandes Z_R :

$$Z_{RL} = Z_L + Z_R$$

Wir setzen ein:

$$Z = \frac{1}{\frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_L + Z_R}}$$

Für Z_C gilt F3:

$$Z_C = \frac{1}{2 \times \pi \times f \times C}$$

Wir setzen ein:
$$Z = \frac{1}{\frac{1}{2 \times \pi \times f \times C} + \frac{1}{Z_L + Z_R}}$$

Und vereinfachen:
$$Z = \frac{1}{2 \times \pi \times f \times C + \frac{1}{Z_L + Z_R}}$$

Für Z_L gilt F4:
$$Z_L = 2 \times \pi \times f \times L$$

Wir setzen ein:
$$Z = \frac{1}{2 \times \pi \times f \times C + \frac{1}{2 \times \pi \times f \times L + Z_R}}$$

Für Z_R gilt F2:
$$Z_R = R$$

Wir setzen ein:
$$Z = \frac{1}{2 \times \pi \times f \times C + \frac{1}{2 \times \pi \times f \times L + R}}$$

Puh, endlich fertig!

Der Apparat von Formel, der dabei herauskommt, nützt hoffentlich auch etwas. Ich habe alle drei Werte bei einer Luftspule gemessen. Es handelt sich dabei um einen voll bewickelten Trafospulenkörper, die Kernbleche habe ich ihm entnommen.

$$\begin{aligned} L &= 0,12\text{H} \\ R &= 102\Omega \\ C &= 12\text{pF} \end{aligned}$$

Ich habe das Berechnen der Impedanz Excel überlassen:

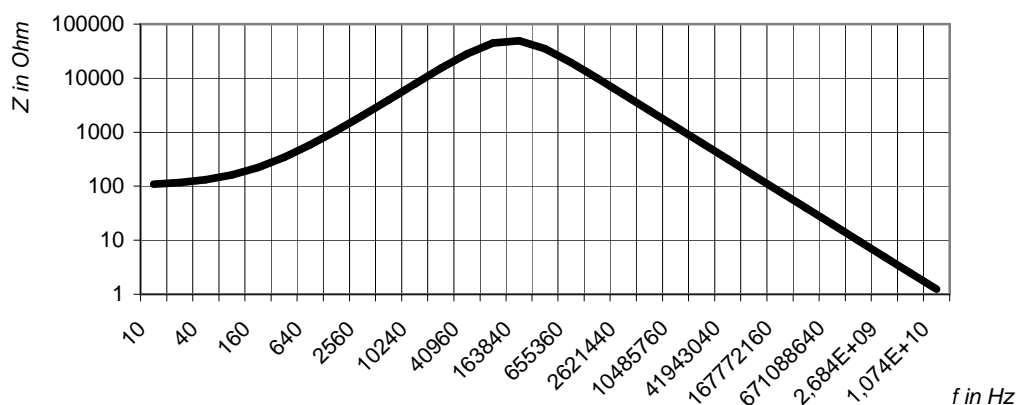


Diagramm 5 – Impedanz einer realen Spule

Die von mir gemessene Spule unterscheidet sich in zwei Hinsichten von einer theoretischen Spule. Erstens ist ihr Widerstand für Gleichstrom und für ganz kleine Frequenzen nicht null, sondern ihre kleinste mögliche Impedanz entspricht dem Wert ihres Drahtwiderstandes. Zweitens verhält sie sich nur bis etwa 300kHz wie sich eine Spule verhalten soll, d.h. ihre Impedanz steigt an. Darüber bildet ihre Kapazität zunehmend einen Kurzschluss, so dass die Impedanz wieder abnimmt.

Unsere Spule ist nur im Frequenzbereich von etwa 500Hz bis 200000Hz als solche zu gebrauchen.

Daraus können wir schlussfolgern, dass eine gute Spule eine möglichst kleine Kapazität und Drahtwiderstand haben sollte. Ersteres bedeutet, die Drähte voneinander zu isolieren, damit sie sich nicht berühren, Zweiteres dicken Draht zu verwenden. Beides zusammen macht die Spule groß, schwer und teuer.

Auch andere Bauteile sind nicht ideal. Z.B. entsprechen Elektrolytkondensatoren am ehesten folgender Schaltung:

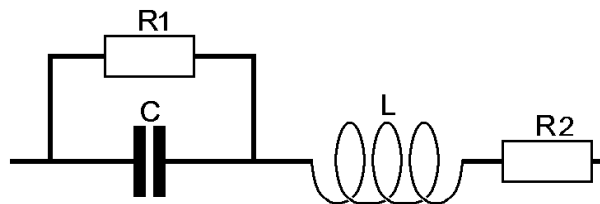


Abb.12

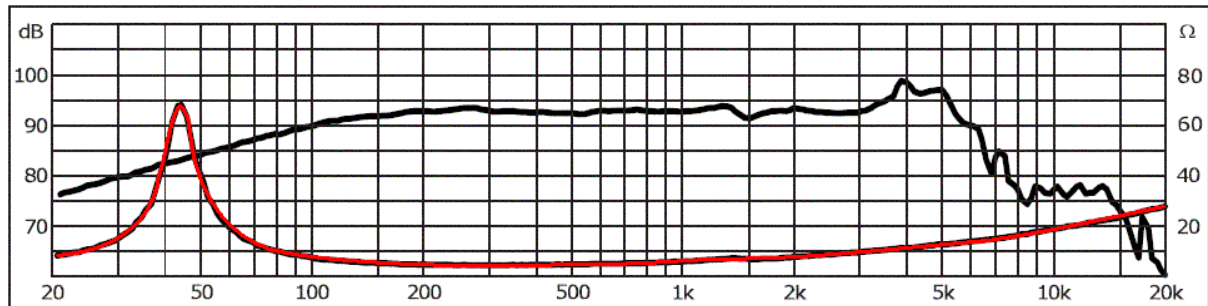
R1 ist der Leckwiderstand, Elkos haben nämlich keinen unendlich großen Gleichspannungswiderstand. In Wirklichkeit liegt dieser bei mehreren Hundert Kiloohm bis zu mehreren Megaohm. Je höher je besser.

R2 ist der Reihenwiderstand, auch ESR genannt. Er übersteigt bei alten Elkotypen ein paar Ohm, bei modernen sind es weit weniger als 1Ohm. L ist die Induktivität, die sich daraus ergibt, dass die Elkofolien aufgewickelt sind. Sie liegt im Mikrohenry Bereich. Ich überlasse es dem geeigneten Leser die Impedanzkennlinie eines Elkos aufzunehmen, wie wir es bei der Spule getan haben.

Wichtig ist, sich zu merken, dass man niemals ideale Bauteile verbaut. Wenn man eine Spule verbaut, dann gleichzeitig noch einen Widerstand und einen Kondensator. Verbaut man einen Elko, dann verbaut man gleichzeitig auch noch zwei Widerstände und eine Spule. Selbst simple Widerstände sind je nach Herstellungstyp auch zugleich Spulen oder Kondensatoren oder beides.

5. Mechanische Impedanzen

Wir wollen uns im letzten Beispiel mit der Impedanz eines Lautsprechers befassen. Dafür muss der hervorragende Tiefmitteltöner SP-6/100Pro von Monacor als Beispiel herhalten. Die rote Linie im folgenden Diagramm zeigt seinen Impedanzverlauf über das hörbare Frequenzspektrum. Für uns ist die Skale rechts vom Diagramm wichtig:



Monacor International

Diagramm 6 – Impedanz und Frequenzgang des SP-6/100Pro

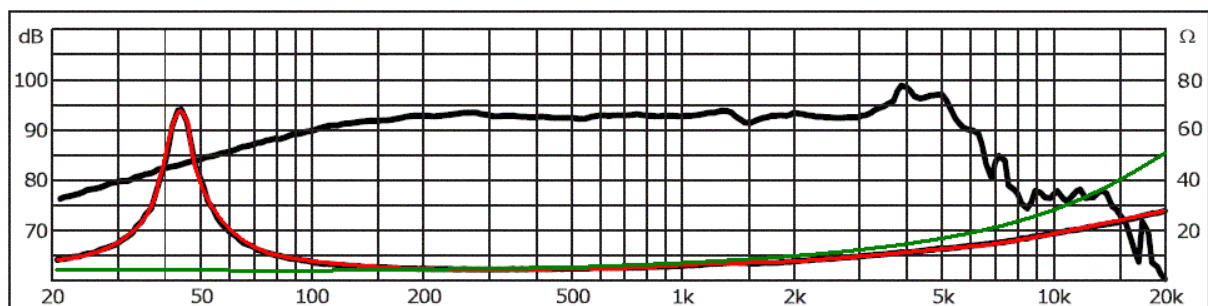
Wir sehen, dass die Impedanz mit höheren Frequenzen zunimmt, sie steigt dabei von etwa 50 Ohm bei 200 Hz auf knapp 30 Ohm bei 20 kHz. Dieses Verhalten ergibt sich daraus, dass der Lautsprecher eine Membran mit einer Spule dran ist, er sollte sich darum auch wie eine Spule verhalten. Gleichzeitig sinkt aber seine Impedanz zu tiefen Frequenzen nicht bis auf null ab. Da ist einerseits ein Höcker bei etwa 45 Hz, aber andererseits sinkt er auch nicht unterhalb des Höckers ab. Der Grund ist, dass die Spule des Lautsprechers wie alle Spulen auch einen Ohmschen Widerstand hat, der in Reihe zur Induktivität der Spule liegt. Wir haben es also mit der selben Schaltung, wie in Abb.11 zu tun. Die Spule hat dabei folgende Daten:

$$L = 0,4\text{mH} = 0,0004\text{H}$$

$$R = 3,3\text{Ohm}$$

$$C \sim 0\text{F}$$

Die Kapazität ist extrem klein, so klein, dass sie im hörbaren Frequenzbereich, der von 20-20000 Hz reicht, keine Rolle spielt. Es genügt aber den Lautsprecher in diesem Bereich zu untersuchen. Wir können die Schwingspulenkapazität also vernachlässigen. Berechnet man nun die Impedanz für die Spule, dann ergibt sich der folgende grün eingezeichnete Impedanzverlauf:



Monacor International

Diagramm 7 – Impedanz der Schwingspule des SP-6/100Pro

Nur im Bereich von etwa 150 Hz bis 3000 Hz scheint sich der Lautsprecher wie eine echte Spule zu verhalten, denn nur hier liegen sein Roter Graph über dem grünen. Darunter ist der seltsame Buckel bei 45 Hz und darüber ist seine Impedanz zu klein für eine reine Spule.

Der Grund ist, dass der Lautsprecher ein mechanisches Bauteil ist. Seine Impedanz hängt nicht allein von seinem Verhalten als Spule ab, sondern von den mechanischen Eigenschaften des Systems aus Membran, Magnet, Box und sogar dem Raum in dem er sich befindet. Wir wollen versuchen das gründlich zu verstehen.

Für die Impedanz des Lautsprecher gilt natürlich auch das Ohmsche Gesetz aus Formel F1.

$$Z_{LS} = \frac{U_{LS}}{I_{LS}}$$

Nehmen wir nun an, wir schließen den Lautsprecher an einen idealen Verstärker² an. Ein idealer Verstärker liefert unabhängig von der Impedanz des Lautsprechers die selbe Spannung. D.h., egal welche Impedanz Z_{LS} unser Lautsprecher bei einer Frequenz hat, die Spannung U_{LS} , die der Verstärker an den Lautsprecher liefert, ist stets gleich. Damit ist U_{LS} eine Konstante.

Demnach kann sich in der obigen Formel nur noch I_{LS} ändern, wenn Z_{LS} sich ändert, denn U_{LS} wird vom Verstärker konstant gehalten. Daraus folgt, dass wenn man die Impedanz Z_{LS} um einen Faktor erhöht, sich I_{LS} um den selben Faktor verringern muss.

Über 3kHz hat nun, wie aus dem Diagramm hervorgeht, der echte Lautsprecher eine kleinere Impedanz als die reine Spule. D.h., er verbraucht mehr Strom als es eine Spule tun würde. Dieser Verbrauch ergibt sich aus mechanischen Verlusten und seiner Trägheit. Seine Membran ist zu schwer, den schnellen Hochtonschwingungen exakt folgen zu können. Auch dämpft sie die hohen Schwingungen sehr. Sie wandelt den Strom bei hohen Frequenzen im wesentlichen in Wärme um und nicht in Schall. Das sieht man auch daran, dass die schwarze Schalldruckkurve im Diagramm gerade dort einbricht, wo die Impedanz des Lautsprecher kleiner als die einer echten Spule wird.

Man könnte sagen, dass wir es bei diesen hohen Frequenzen mit einem mechanischem Widerstand zu tun haben, der neben dem Lautsprecher selbst auch Strom verbraucht. Höherer Strom bedeutet, aber, da U_{LS} konstant ist, eine kleine Impedanz Z_{LS} . Was wir im Diagramm beobachtet haben.

Der Buckel bei 45Hz zeigt, dass der Lautsprecher die Impedanz einer Spule etwa um den Faktor 18 übersteigt. Deswegen liefert der Verstärker hier nur ein 18tel des Stromes. Der Lautsprecher hat bei den Frequenzen des Buckels einen viel geringeren Stromverbrauch. Die Ursache ist, dass der Lautsprecher wie jedes mechanische System eine Resonanzfrequenz hat.

Wenn eine Kompanie Soldaten über eine Brücke marschiert, geht sie nicht im Gleichschritt. Denn die Brücke hat eine Resonanzfrequenz, entspricht sie der Schrittfrequenz der Soldaten, dann würde sie zu schwingen beginnen und letztlich zerstört werden. Das selbe ist bei Weingläsern möglich. Wir können auf allen möglichen Frequenzen rumbrüllen, dem Glas passiert gar nichts. Bei seiner Resonanzfrequenz, die wir auch hören können, wenn wir es anstoßen, muss man gar nicht sehr laut sein, das Glas beginnt stark zu schwingen, und zerbricht. Regt man mechanische Gebilde bei ihrer Resonanzfrequenz an, dann braucht man nur sehr wenig Leistung dazu, viel weniger als auf anderen Frequenzen.

² Stichwort für die Online- oder Literaturrecherche: Stromquelle

Unser Lautsprecher hat eine Resonanzfrequenz von etwa 45Hz. Hier brauchen wir kaum Leistung P , die sich aus $P=U_{LS}\times I_{LS}$ ergibt. Da U_{LS} konstant ist und die Leistung bei 45Hz klein ist, muss auch der Strom I_{LS} bei 45Hz klein sein. Daraus ergibt sich, dass die Impedanz umso größer sein muss, was wir auch im Diagramm ablesen können.

Seien bei der Resonanzfrequenz vergrößerten mechanischen Widerstand reicht der Lautsprecher als vergrößerten elektrischen Widerstand an den Verstärker weiter. Erinnern wir uns, dass eine Parallelschaltung einer Spule mit einem Kondensator und einem Widerstand einen Buckel bildet. Demnach äußert sich die Resonanzfrequenz für den Verstärker in so einer Schaltung. Sie wird nicht umsonst »Schwingkreis« genannt und hat ebenfalls eine Resonanzfrequenz.

Was der Verstärker zu beackern hat, sieht ungefähr so aus:

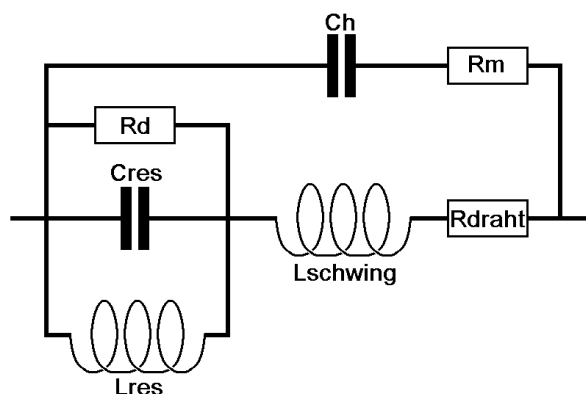


Abb.13

R_d , C_{res} und L_{res} bilden den Buckel. $L_{schwing}$ ist die Schwingspule und R_{draht} der Ohmsche Widerstand ihres Drahtes. R_m bildet den mechanischen Widerstand im Hochtonbereich nach. C_h lässt zu diesem Widerstand nur die hohen Frequenzen durch.

In Wirklichkeit ist die Sachlage noch viel komplizierter, vor allem bei eingebauten Lautsprechern in Wohnräumen. Dazu kommt dann noch, dass es keine idealen Verstärker gibt, der immer die selbe Spannung liefert. Uns sollte dieses Beispiel nur zeigen, dass auch mechanische Komponenten wie Resonanzen und Reibungsverluste, die Trägheit der Membranmasse usw. als elektrische Größen dargestellt werden können. Oder anders gesagt, der Lautsprecher wandelt nicht nur elektrische Energie in mechanische Schallenergie um, sondern er übersetzt mechanische Widerstände auch an den Verstärker in elektrische Widerstände. Abb.13 zeigt die Übersetzung der mechanischen Eigenschaften eines Lautsprechers in elektrische Begriffe, die hier als recht komplexe Schaltung dargestellt sind.

Das selbe macht ein Wechselstrommotor. Der Motor im Mixer gibt den mechanischen Widerstand des Teigs an die Elektrizitätswerke weiter.

Kleingedrucktes:

1. Diese Mappe ist keine Wissenschaftliche Abhandlung mit dem Anspruch die Verwendeten begriffe bis ins letzte zu zerlegen und ergründen. Sie ist ein Versuch komplizierte Zusammenhänge bildhaft und Verständlich weiterzugeben Einige Details der beschriebenen Zusammenhänge sind absichtlich verkürzt oder garnicht dargestellt.
2. Ich übernehme keine Gewähr für die Richtigkeit der gemachten Angaben..
3. Alle Rechte für diese Mappe und alle Ihre Teile, sofern nicht anders gekennzeichnet, liegen allein bei mir. Ohne meine ausdrückliche Genehmigung ist es nicht gestattet,
 - a) dass diese Mappe, sei es ganz oder in Teilen, für gewerbliche, schulische oder sonstige Zwecke vervielfältigt wird. Ausgenommen ist allein die private Nutzung.
 - b) dass diese Mappe verändert weitergegeben wird.
 - c) dass Teile aus ihr in anderen Schriftwerken, Foren Internetseiten oder sonst wo zitiert werden ohne mich als Urheber zu nennen.
 - d) dass diese Mappe woanders als auf der Seite www.Roehrenfibel.de veröffentlicht wird, gestattet ist jedoch das Setzen eines Links auf diese Mappe von anderen Seiten aus.
4. Wenn Sie Fragen haben, Hilfe oder besser Kritik und Anregungen haben würde ich mich sehr freuen, wenn Sie sie mir mitteilen.

Martin Lemke
Lettowsberg 15
18209 Bad Doberan
Tel. 038203 42157
Maritim@Roehrenfibel.de